

Rayons X et applications - TD n°1

Exercice 1 : Le tube à rayons X

Un tube à rayons X est une source celée sous vide (voir schéma ci-dessous). Le rayonnement X émis par l'anode suite au bombardement par un faisceau d'électrons de haute énergie (typiquement 20 keV à 100 keV) est extrait du tube par une fenêtre en béryllium d'épaisseur 0,5 mm.

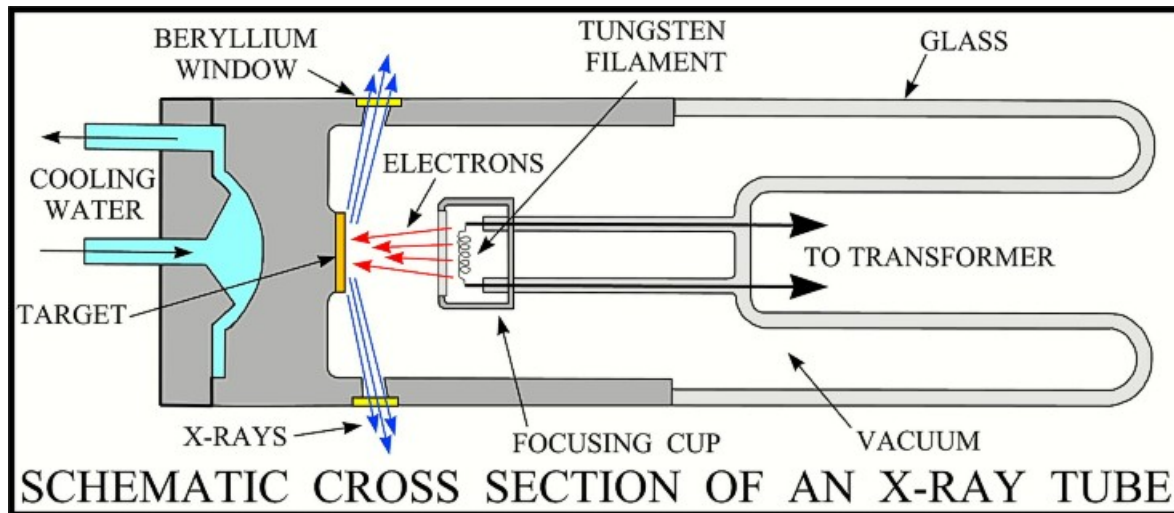


Figure d'après <http://www.geo.arizona.edu/xtal/geos306/fall13-11.htm>

1) On considère un tube alimenté par un générateur de 40kV. Faire un schéma électrique de l'ensemble générateur + tube.

Il faut un générateur de haute tension pour alimenter positivement l'anode (TARGET sur le schéma) par rapport au filament et un générateur de courant continue pour alimenter le filament.

2) Le tube est équipé d'une anode de cuivre. Donner les longueurs d'onde et les énergies des raies émises par l'anode.

Les électrons arrivent sur l'anode avec une énergie de 40 keV. Ils ont donc suffisamment d'énergie pour exciter (=ioniser) tous les niveaux électroniques du cuivre car leur énergie est supérieure à toutes les énergies de liaison (voir X-ray data booklet section 1.1)

Les raies émises sont donc les suivantes : $K\alpha_1$, $K\alpha_2$, $K\beta$, $L\alpha$, $L\beta$

Les énergies de photon correspondant à ces raies sont données dans le X-ray data booklet (section 1.2)

Les longueurs d'onde correspondantes se calcul avec la formule :

$$\lambda [nm] = 1239,84 / E [eV]$$

3) Calculer la transmission de la fenêtre en béryllium pour la raie $K\alpha$.

On a (voir cours) : $Transmission = I/I_0 = \exp(-d/l_{abs})$ avec $l_{abs} = 1/\rho \mu$

On trouve sur http://henke.lbl.gov/optical_constants/pert_form.html pour le Be à 8050eV :

$$l_{abs} = 5,371 \text{ mm}$$

On en déduit que la transmission de la fenêtre en Be pour la raie $K\alpha$ du Cu est d'environ 91%.

4) Reprendre les questions 2) et 3) pour une anode de tungstène.

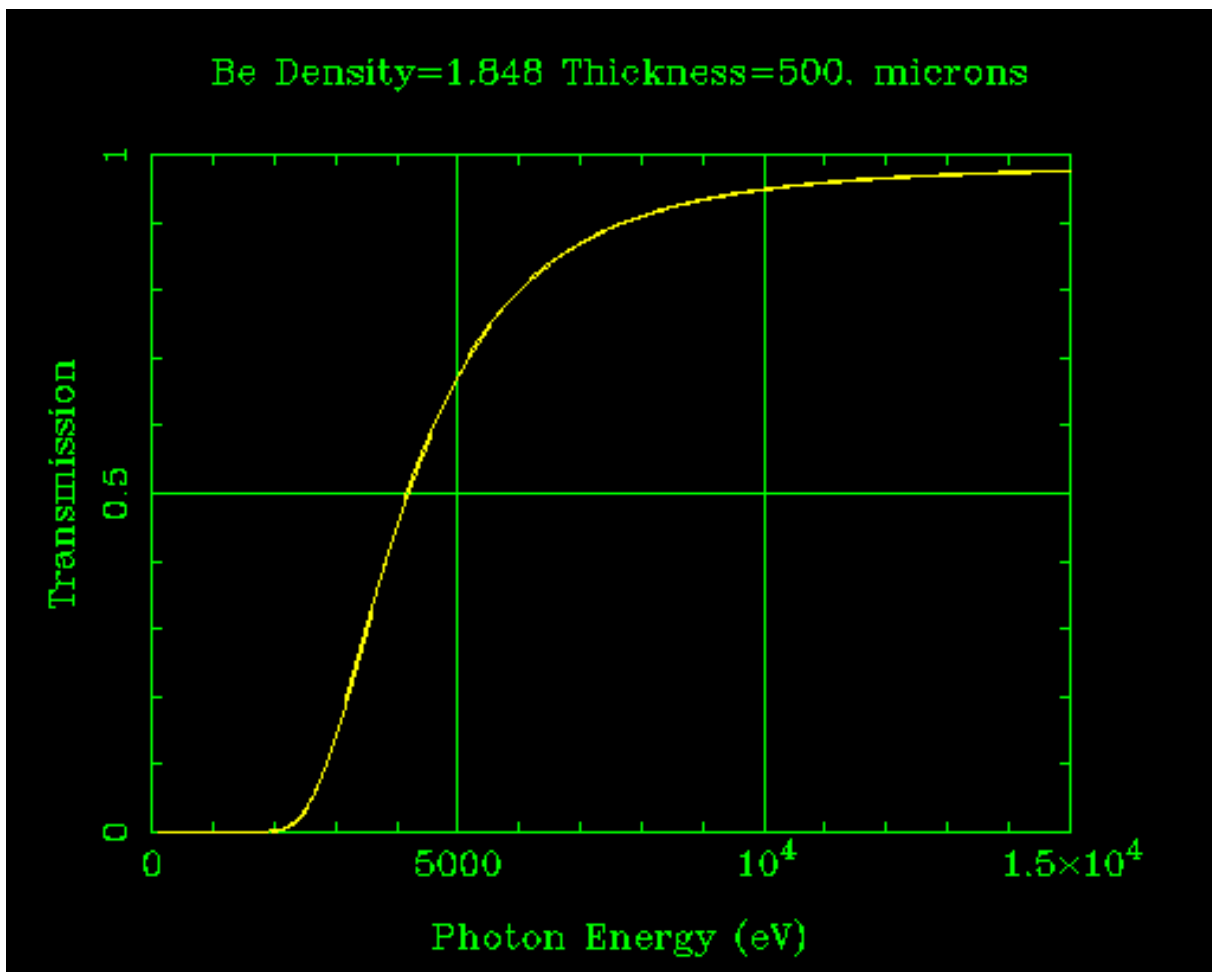
Les électrons de niveau K du tungstène ont une énergie de liaison supérieure à 69 keV. Ils ne peuvent donc pas être arrachés par des électrons de 40 keV. Les raies K ne pourront donc pas être émises dans ces conditions.

Les raies émises sont donc les suivantes : $L\alpha_1$, $L\alpha_2$, $L\beta_1$, $L\beta_2$, $L\gamma$, $M\alpha$

Les énergies de photon correspondant à ces raies sont données dans le X-ray data booklet (section 1.2)

5) Calculer et tracer la transmission de la fenêtre en béryllium en fonction de l'énergie des photons X.

A l'aide de l'appli « X-ray transmission of a solid » sur le site http://henke.lbl.gov/optical_constants/ on obtient la figure suivante :



6) Quelle est la gamme spectrale (en énergie et en longueur d'onde) accessible avec ce type

de source ?

Si on considère une valeur seuil à 50% de transmission, seuls les photons d'énergie supérieure à 4 keV seront transmis par la fenêtre de béryllium.

Par ailleurs on en peut pas exciter des raies d'énergie supérieure à celle des électrons qui arrivent sur l'anode (typiquement < 100 keV).

Conclusion

La plage spectrale accessible avec ce type de source (tube X scellé) est s'étend donc de 4 keV à 100 keV.

Dans le cas de l'anode en cuivre seules les raies K sortent du tube.

Dans le cas de l'anode en tungstène seules les raies L sortent du tube.

Exercice 2 : Propagation des rayons X dans l'air

1) Quels sont les deux phénomènes physiques qui ont lieu lors de la propagation des rayons X dans l'air.

Les 2 phénomènes physiques qui interviennent sont l'absorption et la diffusion.

2) Rappeler la loi donnant la valeur de l'intensité du rayonnement I en fonction de la distance parcourue d et de l'intensité initiale I₀.

On définit la longueur d'absorption l_{abs} comme la distance de propagation pour laquelle le rayonnement est atténué de 63%.

On a (voir cours) : $I/I_0 = \exp(-d/l_{abs})$

avec $l_{abs} = 1/\rho \mu$

3) Calculer l_{abs} pour des photons de 10 keV se propageant dans l'air à pression atmosphérique et à température ambiante (295 K).

On trouve dans la base de données du NIST (<https://www.nist.gov/pml/x-ray-mass-attenuation-coefficients>) $\mu_{air} = 5,12 \text{ cm}^2/\text{g}$ pour $E = 10 \text{ keV}$

La densité volumique de l'air est $\rho_{air} = 1,2E-3 \text{ g/cm}^3$.

On en déduit $l_{abs} = 163 \text{ cm} = 1,63 \text{ m}$ pour des photons de 10 keV dans l'air.

4) Calculer l_{abs} pour des photons de 100 eV se propageant dans l'air à pression atmosphérique et à température ambiante (295 K).

La base de donnée du NIST donne les valeurs des coefficient d'absorption pour les énergies supérieures à 1 keV. On ne peut donc pas l'utiliser pour les photons de 100 eV.

On peut par contre avoir une estimation de l_{abs} en utilisant l'application « The x-ray attenuation length of a solid » sur le site web du cxro

(http://henke.lbl.gov/optical_constants/). Pour cela on choisit une composition approchée pour l'air : N_{0,75}O_{0,25} et une densité de 1,2E-3 g/cm³. On obtient alors une longueur

d'absorption (ou longueur d'atténuation) $l_{abs} \approx 170 \mu m$.

5) Quelle est la pression minimale qu'il faut utiliser pour pouvoir propager des photons de 100 eV sur une distance de 1 m ?

Pour obtenir une longueur d'absorption de 1 m à 100 eV il faut que la densité de l'air (et donc la pression) soit environ 6000 fois plus faible. Il faut donc travailler sous vide avec une pression inférieure à 0,17 mbar.

Exercice 3 : Einstein et les rayons X

On considère un faisceau de rayons X interagissant avec un matériau. Pour quelles énergies de photons peut-on négliger les effets relativistes ?

Lors de l'interaction rayons x- matière, les photons transfèrent tout ou partie de leur énergie aux électrons. Pour ces derniers, si $E \ll E_0 = m_e c^2$, soit $E \ll 511 \text{ keV}$, on peut considérer qu'on est en régime non relativiste.

Exercice 4 : Propagation des rayons X dans un matériau

On considère des rayons X se propageant dans un matériau d'indice

$$n(\lambda) = 1 - \delta(\lambda) + i \beta(\lambda).$$

1) Donner l'expression de la vitesse de phase V_p et de la vitesse de groupe V_g en fonction de la vitesse de la lumière c , de la longueur d'onde dans le vide λ et de l'indice $n(\lambda)$ du matériau.

$$\text{On a } V_p = \omega / k = c / n$$

$$\text{Et } V_g = d\omega / dk$$

$$\text{On montre que } V_g = V_p [1 + (\lambda/n) * (dn/d\lambda)]$$

2) Montrer que la vitesse de groupe est inférieure à la vitesse de la lumière.

On peut écrire V_g sous la forme :

$$V_g = c [1/n + (\lambda/n^2) * (dn/d\lambda)]$$

*Il suffit alors de montrer que $[1/n + (\lambda/n^2) * (dn/d\lambda)]$ est inférieur à 1.*